Nom: 1ère partie Classe : 5 A - B

F. Mélotte

Institut Sainte-Ursule 16 Juin 2008

CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUE (MATH 4H)

Instructions :
- Indiquer votre nom sur le questionnaire et remettre celui-ci avec votre travail.
- Ne pas répondre sur le questionnaire.
- Répondre aux questions dans l'ordre. T**racer une ligne entre chaque question**.
- Tout résultat doit être justifié clairement et complètement.
- La calculatrice **est autorisée**.

■ Trigonométrie

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ et représenter les solutions dans le cercle trigonométrique.

$$\sqrt{3}\ \mathrm{tg}(2x) + 1 = 0$$

2. Calculer en utilisant les formules trigonométriques.

$$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

3. Justifier la formule de calcul: $\cos(2a) = \ldots$

4. Calculer $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{\sin(3x)}$

■ Géométrie

5. ABCD est un rectangle tel que $\overline{AB} = 3$ et $\overline{AD} = 2$.

E est défini par $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

a) Calculer les produits scalaires:

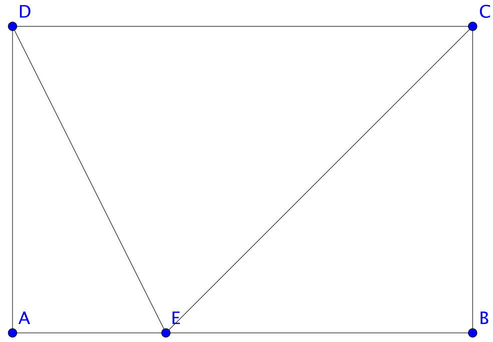
$\overrightarrow{AE} \bullet \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{EC}$

$\overrightarrow{CD} \bullet \overrightarrow{DE}$

b) A l'aide du théorème de Pythagore, calculer la distance $\overline{DE}$

c) En utilisant le produit scalaire, calculer le cosinus de l'angle $E\hat{D}C$ et déterminer l'amplitude de cet angle.



suite au verso....

6. Dans l'espace muni d'une base orthonormée, on donne les points A:(0 , 1 , −2), B:(3 , 2 , 1) et C:(1 , 1 , 0).

a) Calculer $\vec{a} \bullet (2\vec{b} - \vec{c})$

b) Calculer $\|\vec{a}\|$

c) Le vecteur $\vec{v}$:(m, 1, m+1) est orthogonal au vecteur $\vec{a}$. Quelle est la valeur de m ?

- **Probabilités**

7. Une urne contient 6 boules rouges et 4 boules noires,
on extrait au hasard et avec remise 3 boules. Quelle est la probabilité pour que

a) les trois boules soient rouges;

b) au moins une boule soit rouge;

c) une seule boule soit rouge;

d) les trois boules soient rouges sachant qu'au moins une boule est rouge ?

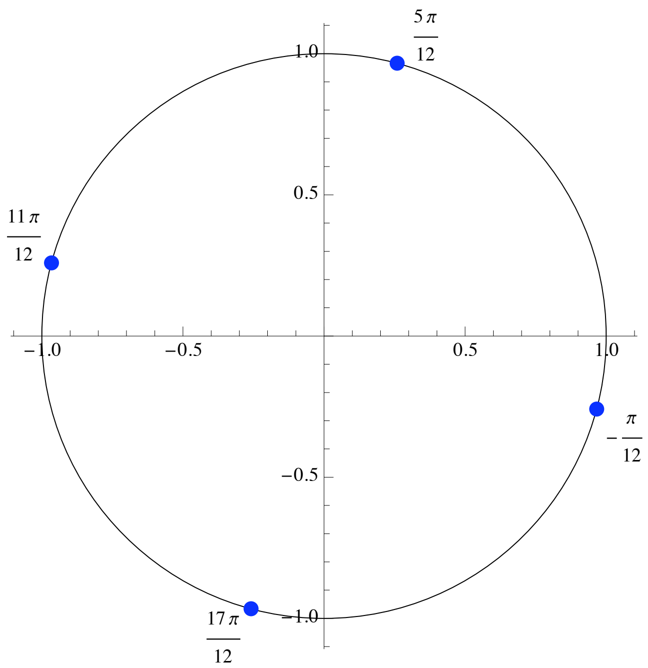
Solutions

- Trigonométrie

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ et représenter les solutions dans le cercle trigonométrique.

$$\sqrt{3}\ \text{tg}(2x) + 1 = 0$$

$$x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{12}$$



2. Calculer en utilisant les formules trigonométriques.

$$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

3. Justifier la formule de calcul: $\cos(2a)$ = ...(voir cours)

4. Calculer $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\sin(3x)} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{3x}{3\sin(3x)} = \frac{1}{3}$

- Géométrie

5. ABCD est un rectangle tel que $\overline{AB} = 3$ et $\overline{AD} = 2$.

E est défini par $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

a) Calculer les produits scalaires:

$\overrightarrow{AE} \bullet \overrightarrow{AB} = 3$

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{EC} = 6$

$\overrightarrow{CD} \bullet \overrightarrow{DE} = -3$

b) A l'aide du théorème de Pythagore, calculer la distance $\overline{DE}$

$\|\overrightarrow{DE}\| = \sqrt{5}$

c) En utilisant le produit scalaire, calculer le cosinus de l'angle $E\hat{D}C$ et déterminer l'amplitude de cet angle.

$\overrightarrow{DC} \bullet \overrightarrow{DE} = 3$

$\overrightarrow{DC} \bullet \overrightarrow{DE} = \overline{DE} \,.\, \overline{DC} \,.\, \cos E\hat{D}C = \sqrt{5} \,.\, 3 \,.\, \cos E\hat{D}C = 3$

$\cos E\hat{D}C = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} = 0{,}44721$

$E\hat{D}C = 63{,}4349°$

6. Dans l'espace muni d'une base orthonormée, on donne les points A:(0 , 1 , −2), B:(3 , 2 , 1) et C:(1 , 1 , 0).

a) Calculer $\vec{a} \bullet (2\vec{b} - \vec{c}) = -1$

b) Calculer $\|\vec{a}\| = \sqrt{5}$

c) Le vecteur $\vec{v}$:(m, 1, m+1) est orthogonal au vecteur $\vec{a}$. Quelle est la valeur de m ?

$$m = -\frac{1}{2}$$

- **Probabilités**

7. Une urne contient 6 boules rouges et 4 boules noires,
on extrait au hasard et avec remise 3 boules. Quelle est la probabilité pour que

a) les trois boules soient rouges;

$P(A) = \frac{6}{10}\frac{6}{10}\frac{6}{10} = \frac{27}{125} = 0{,}216$

b) au moins une boule soit rouge;

$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{8}{125} = \frac{117}{125} = 0{,}936$

c) une seule boule soit rouge;

$P(C) = 3\,\frac{6}{10}\frac{4}{10}\frac{4}{10} = \frac{36}{125} = 0{,}288$

d) les trois boules soient rouges sachant qu'au moins une boule est rouge ?

$P(D) = P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{27}{125}}{\frac{117}{125}} = \frac{27}{117} = \frac{3}{13} = 0{,}230769$