

Etude de fonction

$$f(x) = \frac{x^3}{1-2x}$$

1. Domaine de définition

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$\frac{x^3}{1-2x}$ n'est ni paire ni impaire

2. Signe de f

x		0		$\frac{1}{2}$	
$\frac{x^3}{1-2x}$	-	0	+		-

3. Limites et asymptotes

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{x^3}{1-2x} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{x^3}{1-2x} = -\infty \end{array} \right.$$

$$\text{AV} \equiv x = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{1-2x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{1-2x} = -\infty$$

4. Intersection avec les axes

$$\text{Gf} \cap X = \{ (0,0) \}$$

$$\text{Gf} \cap Y = \{ (0,0) \}$$

5. Etude de f'

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 4x^3}{(2x-1)^2}$$

x		0		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{4}$	
$\frac{3x^2-4x^3}{(2x-1)^2}$	+	0	+		+	0	-
$\frac{x^3}{1-2x}$	\nearrow	0	\nearrow		\nearrow	$-\frac{27}{32}$	\searrow

2 | fct.nb

$$\text{Max} : \left(\frac{3}{4}, -\frac{27}{32} \right)$$

6. Etude de f''

$$f''(x) = -\frac{2(4x^3 - 6x^2 + 3x)}{(2x-1)^3}$$

x		0		$\frac{1}{2}$	
$-\frac{2(4x^3-6x^2+3x)}{(2x-1)^3}$	-	0	+		-
$\frac{x^3}{1-2x}$	-	0	-		-

I : (0,0)

7. Tableau récapitulatif

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-	0	+		-	$-\frac{27}{32}$	-	$-\infty$
			I				Max		
croissance		↗		↗		↗		↘	
concavité		-		-		-		-	

8. Graphe de f

