Interrogation de mathématique n° 16 - 10/05/2010

(2) 1. Déterminer une équation cartésienne de la tangente à la fonction donnée au point d'abscisse a.

a) $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ et $a = 1$

b) $f(x) = \cos x$ et $a = \pi/2$

a) f(x) = $\frac{x-1}{x+2}$ et a = 1
f(a) = 0
f'(x) = $\frac{3}{(x+2)^2}$
f'(a) = $\frac{1}{3}$
Tgte ≡ y − f(a) == f'(a) (x−a)
Tgte ≡ $y = \frac{x-1}{3}$
Tgte ≡ $y = \frac{x}{3} - \frac{1}{3}$

b) f(x) = cos(x) et a = $\frac{\pi}{2}$
f(a) = 0
f'(x) = −sin(x)
f'(a) = −1
Tgte ≡ y − f(a) == f'(a) (x−a)
Tgte ≡ $y = \frac{\pi}{2} - x$

(2) 2. Etudier la croissance et la concavité de

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 1$$

f'(x) = $3x^2 + 4x - 4$

x		-2		$\frac{2}{3}$	
$3x^2+4x-4$	+	0	−	0	+
x^3+2x^2-4x+1	↗	9	↘	$-\frac{13}{27}$	↗

Max : (−2,9)
Min : $(\frac{2}{3}, -\frac{13}{27})$

f''(x) = $2(3x+2)$

x		$-\frac{2}{3}$	
$2(3x+2)$	−	0	+
x^3+2x^2-4x+1	⌢	$\frac{115}{27}$	⌣

I : $(-\frac{2}{3}, \frac{115}{27})$

(2) 3. La fonction $f(x) = \operatorname{tg} x$ est croissante sur l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$. Justifier à l'aide de la dérivée.

$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
On voit que $\forall x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, $f'(x) > 0$ et donc la fonction est croissante sur cet intervalle.