Interrogation - 23-11-2009

(2) 1. Déterminer le domaine de définition, les éventuelles racines et la fonction dérivée de $f(x) = \mathrm{Arccos}(x^2 - 1)$

> Domf = $[-\sqrt{2}\ ,\ \sqrt{2}\ ]$
>
> ensemble des racines: $\{-\sqrt{2}\ ,\ \sqrt{2}\ \}$
>
> $f'(x) = -\frac{2\,x}{\sqrt{-x^2\,(x^2-2)}}$

(3) 2. Cette fonction admet-elle un extrémum ? Lequel ?

> Max : $(0,\pi)$. C'est un point angulaire.

(2) 3. Calculer les limites suivantes

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\mathrm{Arcsin}(2\,x)}$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^{3\,x+5}$

c) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{x-1}$

> a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\mathrm{Arcsin}(2\,x)} = \frac{1}{2}$
>
> b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^{3\,x+5} = e^6$
>
> c) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{x-1} = 1$

(3) 4. Montrer que, $\forall\, n \in \mathbb{N}$: $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$

> On utilise la règle de l'Hospital. On voit qu'après avoir dérivé n fois, la limite devient
> $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{e^x}{n!} = +\infty$