

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

1. Domaine de definition

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

2. Signe de f

x		0		1	
$\frac{x^3}{(x-1)^2}$	-	0	+		+

3. Limites et asymptotes

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3}{(x-1)^2} = \infty$$

$$\text{AV} \equiv x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{(x-1)^2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{(x-1)^2} = -\infty$$

$$\text{AO} \equiv y = x + 2$$

4. Intersection avec les axes

$$G_f \cap X = \{(0,0)\}$$

$$G_f \cap Y = \{(0,0)\}$$

5. Etude de f'

$$f'(x) = \frac{x^3 - 3x^2}{(x-1)^3}$$

x		0		1		3	
$\frac{x^3 - 3x^2}{(x-1)^3}$	+	0	+		-	0	+

$$\text{Min} : \left(3, \frac{27}{4}\right)$$

6. Etude de f''

$$f''(x) = \frac{6x}{(x-1)^4}$$

x		0		1	
$\frac{6x}{(x-1)^4}$	-	0	+		+

$$I : (0,0)$$

7. Tableau recapitulatif

x	$-\infty$		0		1		3		$\infty$
f(x)	$-\infty$	-	0	+		+	$\frac{27}{4}$	+	$\infty$
	$y = x + 2$						Min		$y = x + 2$
pente	1	+	0	+		-	0	+	1
concavite	0	-	0	+		+	$\frac{9}{8}$	+	0

8. Graphe de f

