

1 Voici un tableau relatif à la population en Belgique.

Il donne en milliers,

- 1) la population en vie au 31 décembre de chaque année,
- 2) les naissances et les décès durant l'année.

ANNÉE	H	F	TOTAL	NAISSANCES	DÉCÈS
1973	4774	4982	9756		
1974	4792	4996	9788	122	115
1975	4805	5008	9813	119	119
1976	4808	5015	9823	120	118
1977	4814	5023	9837	121	112
1978	4814	5028	9842	122	115
1979	4819	5036	9855	124	112
1980	4824	5044	9868	125	112

Ce tableau peut nous apprendre plus que ne le dit l'intitulé des colonnes: en faisant le bilan des naissances et des décès de l'année 1974, on constate une augmentation de 7000 individus, alors qu'en comparant le total de la population entre fin 1973 et fin 1974 ii apparaît une augmentation de 32 000 individus. On peut facilement expliquer cette différence: si les naissances et les décès sont des facteurs d'évolution d'une population, il en est un troisième tout aussi important, la migration, résultat de l'émigration (départ vers l'étranger) et de l'immigration (arrivée de l'étranger).

- a) Dresse un histogramme* de l'évolution
de la population masculine,
de la population féminine,
de la population totale,
des naissances,
des décès.

* Histogramme: diagramme formé de rectangles dont les bases représentent les classes et les hauteurs représentent l'effectif de la classe.

- b) Calcule, pour chaque population, la moyenne entre 1974 et 1980.
- c) Pour chaque population, dresse, par année, la table des distances (on dit aussi les écarts) entre l'effectif de l'année et la moyenne de cette population sur la période étudiée. (N'oublie pas qu'une distance est un nombre positif)
- d) Quelle est la population la plus homogène (celle pour laquelle les écarts sont les plus minces); la moins homogène?
- e) Détermine la moyenne des écarts, dans chaque population.

2 Un enseignant, donnant des cours parallèles, a effectué un test dans ses classes. En voici les résultats:

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Cours A	0	0	2	0	1	2	6	11	16	19	29	18	13	10	7	0	2	1	0	1	0
Cours B	0	0	0	1	1	2	2	8	18	21	37	32	16	5	4	1	2	0	0	0	0

- a) Calcule la moyenne, la médiane et le mode de chacune des classes. Détermine aussi les trois quartiles (valeurs qui partagent la population en quatre parties de même effectif) dans chaque classe.
- b) Le professeur a le sentiment que les deux groupes n'ont pas le même profil, bien que la moyenne soit la même. Il décide de s'intéresser à la dispersion des notes autour de la moyenne: il détermine les écarts (valeur absolue de la différence) entre la moyenne et les diverses notes.
Effectue ce travail et détermine ensuite, pour chaque groupe, la moyenne des écarts.
Quelle conclusion peux-tu tirer quand à l'homogénéité des deux groupes?
- c) Dans chaque classe, détermine l'intervalle $[Q_1, Q_3]$ borné par le premier et le troisième quartile.
Cet intervalle comprend la moitié de la population.
En examinant cet intervalle, dans les deux cas, tirerais-tu les mêmes conclusions qu'en b) ?

3 Deux groupes de 100 personnes ont passé des test de Q.I.
En voici les résultats:

Q.I.	Groupe 1	Groupe 2
[55,65[1	2
[65,75[2	4
[75,85[9	9
[85,95[21	19
[95,105[34	31
[105,115[22	21
[115,125[8	8
[125,135[2	5
[135, 145]	1	1

a) Pour chacun des groupes, complète le tableau suivant:

Classes	Centres X_i	Effectifs e_i	$X_i \cdot e_i$	$ X_i - m $	$ X_i - m \cdot e_i$	$(X_i - m)^2$	$(X_i - m)^2 \cdot e_i$
.....							
.....							

b) Calcule la moyenne dans chaque groupe.

c) Pour chacun des groupes, calcule la moyenne des écarts ainsi que la moyenne des carrés des écarts.

Recherche la racine carrée de ce dernier nombre.

Utilise au mieux les résultats donnés dans les deux tableaux complétés en a) afin de faciliter les calculs demandés.

d) Complète les tableaux obtenus en a) en ajoutant une colonne de fréquences et une colonne de fréquences cumulées.

Si l'on prend, au hasard une personne de chaque groupe, quelle chance a-t-on qu'elle ait un Q. I. inférieur à 85, supérieur à 115; compris entre 85 et 115?
Explique ton point de vue.

4 Une urne contient six boules numérotées de 1 à 6.

Toutes ces boules ont la même masse et le même rayon.

Le jeu consiste à extraire une boule de l'urne et à noter son numéro.

a) Quelle chance a-t-on d'obtenir la boule 6? Explique ton point de vue.

b) Deux simulations ont été faites. En voici les résultats:

Nombre d'extractions	Nombres de « 6 » extraits	
	Simulation 1	Simulation 2
20	4	2
40	6	7
60	9	9
80	13	11
100	16	17
500	85	83
900	149	151
1500	252	247
2000	336	331

Calcule, pour chaque simulation, la fréquence d'apparition du « 6 ». Compare ces résultats avec la réponse donnée en a). Que conclus-tu?

DEFINITIONS

Dans le cas d'une série statistique de caractère quantitatif,

1. l'écart entre la moyenne et une valeur du caractère est la valeur absolue de la différence entre ces nombres;
2. l'écart moyen de la série, noté e , est la moyenne des écarts entre la moyenne et chaque valeur de caractère de la série;
3. la variance de la série, notée V , est la moyenne des carrés des écarts entre la moyenne et chaque valeur du caractère de la série;
4. l'écart-type de la série, noté σ , est la racine carrée positive de la variance;
5. l'intervalle interquartile de la série est l'intervalle $[Q_1, Q_3]$ où Q_1 est le premier quartile et Q_3 le troisième quartile de la série. Cet intervalle contient la moitié de la population.

FORMULES

En notant x_1, x_2, \dots, x_p les valeurs numériques du caractère.,

$e_1, e_2, \dots, e_i, \dots, e_n$ les effectifs,

n l'effectif total,

m la moyenne,

e l'écart moyen,

V la variance,

σ l'écart-type qu'on lit sigma,

on peut écrire en formules le vocabulaire qui précède:

$$n = e_1 + e_2 + \dots + e_p = \sum_{i=1}^p e_i$$

$$m = \frac{1}{n} (x_1 e_1 + x_2 e_2 + \dots + x_p e_p) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p x_i e_i$$

$$e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p |x_i - m| e_i$$

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p (x_i - m)^2 e_i$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^p (x_i - m)^2 e_i}$$