

■ Déterminer les éventuelles asymptotes des fonctions suivantes

1. $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

2. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{3 - x}$

3. $f(x) = \sqrt{x - 1} - \sqrt{x}$

4. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}}$

5. $f(x) = \sqrt{\frac{x - 3}{x - 4}}$

6. $f(x) = \frac{\sqrt{x + 7} - 3}{x - 2}$

7. $f(x) = x + \sqrt{x + 5}$

8. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$

9. $f(x) = \frac{x|x - 1|}{x^2 - 1}$

10. $f(x) = \frac{|x^2 - x - 2|}{2x + 1}$

■ Solutions

1. $\text{Dom } f = \leftarrow, 1] \cup [2, \rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 2} = +\infty$$

AO $\equiv y = x - \frac{3}{2}$ à droite

AO $\equiv y = \frac{3}{2} - x$ à gauche

2. $\text{Dom } f = \leftarrow, -1] \cup [1, 3[\cup]3, \rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{3 - x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{3 - x} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{3 - x} = +\infty \\ < \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{3 - x} = -\infty \\ > \end{array} \right.$$

AV = ~ - 2

2 | asymptotes.nb

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{3 - x} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{3 - x} = 1$$

AH $\equiv y = -1$ à droite

AH $\equiv y = 1$ à gauche

3. Dom $f = [1, \rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x-1} - \sqrt{x} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x-1} - \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x-1} - \sqrt{x} \text{ n'existe pas}$$

AH $\equiv y = 0$ à droite

4. Dom $f =]-2, 2[$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ >}} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} = +\infty$$

AV $\equiv x = -2$ à droite

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ <}} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} = +\infty$$

AV $\equiv x = 2$ à gauche

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \text{ n'existe pas}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \text{ n'existe pas}$$

5. Dom $f = \leftarrow, 3] \cup]4, \rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{\frac{x-3}{x-4}} = 0$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ >}} \sqrt{\frac{x-3}{x-4}} = +\infty$$

AV $\equiv x = 4$ à droite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x-3}{x-4}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{x-3}{x-4}} = 1$$

AH $\equiv y = 1$

6. Dom $f = [-7, 2[\cup]2, \rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow -7} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x-2} = \frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x-2} = \frac{1}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x-2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x-2} \text{ n'existe pas}$$

AH $\equiv y = 0$ à droite

7. Dom $f = [-5, \rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow -5} x + \sqrt{x+5} = -5$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \sqrt{x+5} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x+5} \text{ n'existe pas}$$

8. Dom $f = \mathbb{R}$

pas d'asymptote verticale

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2+1} - x = +\infty$$

AH $\equiv y = 0$ à droite

9. Dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1}^< \frac{x|x-1|}{x^2-1} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1}^> \frac{x|x-1|}{x^2-1} = +\infty \end{cases}$$

AV $\equiv x = -1$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1}^< \frac{x|x-1|}{x^2-1} = -\frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 1}^> \frac{x|x-1|}{x^2-1} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x|x-1|}{x^2-1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x|x-1|}{x^2-1} = -1$$

AH $\equiv y = 1$ à droite

AH $\equiv y = -1$ à gauche

10. Dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}}^< \frac{|x^2-x-2|}{2x+1} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}}^> \frac{|x^2-x-2|}{2x+1} = +\infty \end{cases}$$

AV $\equiv x = -\frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x^2-x-2|}{2x+1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x^2-x-2|}{2x+1} = -\infty$$

AO $\equiv y = \frac{x}{2} - \frac{3}{4}$