

Etude de fonction 09

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$$

1. Domaine de définition

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \text{ n'est ni paire ni impaire}$$

2. Signe de f

x		1	
$\frac{x^2-x+1}{x-1}$	-		+

3. Limites et asymptotes

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ <}} \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = -\infty \\ \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ >}} \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = +\infty \end{array} \right.$$

$$\text{AV} \equiv x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = -\infty$$

$$\text{AO} \equiv y = x$$

4. Intersection avec les axes

$$\text{Gf} \cap X = \{ \}$$

$$\text{Gf} \cap Y = \{ (0, -1) \}$$

5. Etude de f

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$$

x		0		1		2	
$\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$	+	0	-		-	0	+
$\frac{x^2-x+1}{x-1}$	↗	-1	↘		↘	3	↗

$$\text{Max} : (0, -1)$$

$$\text{Min} : (2, 3)$$

6. Etude de f''

$$f''(x) = \frac{2}{(x - 1)^3}$$

x		1	
$\frac{2}{(x-1)^3}$	-		+
$\frac{x^2-x+1}{x-1}$	-		-

7. Tableau récapitulatif

2 | 09.nb

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-	-1	-		+	3	+	∞
	$y = x$		Max				Min		$y = x$
croissance		\nearrow		\searrow		\searrow		\nearrow	
concavité		-		-		-		-	

8. Graphe de f

